

Chapitre 1 : Nombres relatifs, écriture littérale. (livre p.19)

Je vais apprendre à:

- Calculer la somme, la différence, le produit et le quotient de nombres relatifs (socle 6)
- Ecrire et exploiter des programmes de calcul (socle 2)
- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant des valeurs numériques aux lettres (socle 2)

I. Rappels sur les écritures littérales

Rappel 1 : Si une même lettre apparaît plusieurs fois dans une expression mathématique, elle désigne à chaque fois le même nombre.

Rappel 2 : Omission du signe « \times » (omettre signifie « faire exprès d'oublier »)

On peut ne pas écrire le signe « \times » entre :

- > Un nombre et une lettre. Exemple : $2y$ signifie $2 \times y$.
- > Deux lettres. Exemple : ab signifie $a \times b$.
- > Un nombre et une parenthèse. Exemple : $3(a+1)$ signifie $3 \times (a+1)$.
- > Une lettre et une parenthèse. Exemple : $k(a+1)$ signifie $k \times (a+1)$.
- > Deux parenthèses. Exemple : $(a+b)(c+d)$ signifie $(a+b) \times (c+d)$.

Rappel 3 : distributivité

Propriété 1 : Attention : les signes « \times » ne sont pas écrits (rappel 2).
 $k(a+b) = ka + kb$.

II. Rappels sur les priorités entre opérations (5°).

Dire qu'une opération est « prioritaire » sur une autre signifie que l'opération prioritaire doit être effectuée en premier.

A. Calculs sans parenthèses.

Pté 2 (admise): Les multiplications et les divisions sont prioritaires sur les additions et les soustractions.

Pté 3 (admise): Quand les opérations à effectuer ont toutes la même priorité, on les effectue dans l'ordre où elles sont écrites.

B. Calculs avec parenthèses.

Pté 4 (admise): Les opérations (ou suites d'opérations) qui sont entre parenthèses sont prioritaires sur les autres opérations.

Pté 5 (admise): Quand on a plusieurs parenthèses les unes dans les autres, on effectue d'abord les calculs situés dans les parenthèses les plus intérieures, et en dernier ceux qui sont dans les parenthèses les plus extérieures.

III. Généralités sur les nombres relatifs (5°).

Les nombres relatifs sont les nombres comme -45 ; $+58$; 0 ; -12 ; $+3$; -8 ; $5\dots$

Retenir : un nombre qui « n'a pas de signe » porte en fait le signe +.

IV. Addition et soustraction de nombres relatifs (5°).

On utilise la méthode « je perds, je gagne ». Par exemple le calcul :
 $+3 - 4 - 2 + 7$ peut se lire :
je gagne 3€, je perds 4€, je perds 2€, je gagne 7€.

Dans nos calculs avec des nombres relatifs, on va toujours s'occuper d'abord du signe (à part) et ensuite du nombre (à part).

1) Avant toutes choses :
On calcul le total gagné : $3€ + 7€ = 10€$
Et le total perdu : $4€ + 2€ = 6€$
Pour faire ces deux totaux, on a fait des additions.

2) Signe du résultat :
Le plus grand total est ce qu'on a gagné, donc le signe du résultat sera +

3) « Valeur* » du résultat : (*il s'agit de la « distance à zéro », ou de la « valeur absolue »)
On calcule : (le plus grand total – le plus petit total) = $10 - 6 = 4$

Finalement, notre résultat est $+ 3 - 4 - 2 + 7 = + 4$.

Application au calcul littéral :

De la même manière, on a : $+ 3x - 4x - 2x + 7x = + 4x$.

V. Enlever des parenthèses devant lesquelles il y a « + » ou « - » .

Pté 6 (admise): S'il y a « + » devant la parenthèse, on peut l'enlever sans rien modifier à son contenu.

Exemple : $2 + (3x - 4 + 7x) = 2 + 3x - 4 + 7x$
 $= + 3x + 7x + 2 - 4$ (on classe)
 $= + 10x - 2$ (on « réduit »)

Pté 7 (admise) : S'il y a « - » devant la parenthèse, on doit, quand on l'enlève, changer les signes de tout ce qui était dans la parenthèse, en n'oubliant pas qu'un nombre « sans signe » porte en fait le signe +.

Exemple : $3x - (4 + 2x - 7) = 3x - (+4 + 2x - 7)$ Le signe de « 4 » n'était pas écrit, donc c'est « + ».
 $= 3x - 4 - 2x + 7$ J'enlève la parenthèse : je change tous les signes.
 $= 3x - 2x - 4 + 7$ (on classe)
 $= + 1x + 3$ (on « réduit »)

Remarque : S'il n'y a ni + ni - devant la parenthèse, c'est un \times qui n'est pas écrit : on développe en utilisant la distributivité (Pté 2).

Exemple : $2(x+1) = 2 \times x + 2 \times 1 = 2x + 2$.

VI. Produit de deux nombres relatifs : « règle des signes ».

Pté 8 (admise): Règle des signes.

Le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif.

Le produit de deux nombres de signes opposés est un nombre négatif.

Exemples :

$1,2 \times 4 = (+1,2) \times (+4) = +4,8$; $(-2) \times (-3) = +6$; $(-0,56) \times (+1,5) = - 0,84$; $(+5,01) \times (-218,2) = - 1093,182$.

Notation : On met des parenthèses afin de ne jamais avoir deux signes +, -, \times , \div à la suite l'un de l'autre.

Important : Application à la distributivité

$-2 (x - 6) = -2 \times x + (-2) \times (-6) = - 2x + 12$.

$6 (-x + 9) = 6 \times (-x) + 6 \times (+9) = -6x + 54$.

VII. Produit de plus de deux nombres relatifs.

Pour faire le produit de plus de deux nombres relatifs, on peut utiliser la :

Pté 9 (admise): Considérons le produit de plusieurs nombres relatifs. On cherche d'une part la valeur du produit (sans tenir compte des signes), et d'autre part le signe du résultat ; ce signe est :

> Positif si le nombre de facteurs négatifs est pair

> Négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair.

Exemple : $(-2) \times (+3,14) \times (-0,4) \times (-5) \times (+0,01) \times (-12)$

1) On s'occupe du signe du résultat :

Ce produit contient 4 facteurs négatifs : (-2) ; $(-0,4)$; (-5) et (-12) .

Or 4 est pair, donc le signe du produit est positif.

2) On s'occupe maintenant de la valeur du résultat, sans tenir compte du signe :

$2 \times 3,14 \times 0,4 \times 5 \times 0,01 \times 12 = 1,5072$.

3) Donc le résultat cherché est $+1,5072$.

Pté 10 (démontrée):.

Un carré est toujours positif.

(On multiplie par lui-même le même nombre, donc les deux facteurs ont le même signe; dans le cas d'un nombre négatif, le nombre de facteurs négatifs est 2, c'est pair.)

VIII. Quotient de deux nombres relatifs.

Les règles de calcul qui régissent les quotients sont exactement les mêmes que celles qui concernent les produits.

Pté 11 (admise): Règle des signes.

Le quotient de deux nombres de même signe est un nombre positif.

Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Exemples :

$(-8,4) : (+7) = -1,2$

$(-12) : (-4) = +3$.

RETENIR :

$\left. \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\}$ « je perds, je gagne »

$\left. \begin{array}{c} \times \\ \div \end{array} \right\}$ « même signe : + ; signes contraires : - »